Übungen zur Analysis I
Blatt 8

29. Man entscheide (mit Beweis), welche der folgenden Reihen konvergent bzw. divergent sind:

$$\sum_{n\in\mathbb{N}} \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n-1}}{n}, \qquad \sum_{n\in\mathbb{N}} \frac{(n+1)^n}{n^{n+1}}, \qquad \sum_{n\in\mathbb{N}} (\sqrt[n]{n}-1)^3.$$

Für welche $z \in \mathbb{C}$ konvergiert

$$\sum_{n\in\mathbb{N}} \left(z+\frac{1}{n}\right)^n?$$

30. Zeige, dass die Reihe $\sum_{n\in\mathbb{N}} \frac{1}{n(n+2)}$ konvergiert, und berechne ihren Wert. Zudem entscheide man die Konvergenz bzw. Divergenz folgender Reihen:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\log n)^3}, \qquad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\log n)}, \qquad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n(\log n)}.$$

31. Sei $z \in \mathbb{C}$ mit $|z| < 1$. Benutze das Cauchy-Produkt von Reihen, um das Quadrat $\left(\sum_{n=0}^{\infty} z^n\right)^2$ als Reihe zu schreiben. Bestimme den Wert der entstehenden Reihe. Für welche $z \in \mathbb{C}$ konvergiert die so entstandene Reihe?

32*. Bestimme die Mengen

$$\{x \in \mathbb{R} \mid \quad |x^2+2x-3| > 2\}$$

und

$$\{x \in \mathbb{R} \mid \quad x^3-2x^2-3x > -4\}.$$

Abgabe der Übungen bis Mittwoch, den 19.12.2012, 8:15 Uhr im Schrein.
(2-Fach-BA-Studierende *müssen* Aufgabe 32* nicht bearbeiten.)