

## Übungen zur Analysis I Blatt 1

1. Ein neuer unterirdischer Wasserbehälter kann durch ein Rohr in 12 Stunden und ein anderes Rohr in 8 Stunden gefüllt werden. Nach einigen Jahren wird bemerkt, dass die Füllung des Behälters mit beiden Rohren 5 Stunden dauert. Hat der Behälter ein Loch? Wenn ja, wie viel Wasser entweicht jede Stunde, wenn der Behälter 12.000 l fasst?
2. Seien  $M$  und  $N$  Mengen,  $A, B \subset M$  und  $f : M \rightarrow N$  eine Funktion. Zeige:
  - i)  $A \subseteq f^{-1}(f(A))$ ,  $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$ .
  - ii) Man gebe Beispiele an, dass in beiden Fällen i.A. die Gleichheit nicht gilt.
3. Sei  $f : \mathbb{Q} \setminus \left\{-\frac{5}{2}\right\} \rightarrow \mathbb{Q}$  gegeben durch  $f(x) = \frac{3x}{2x+5}$  für  $x \in \mathbb{Q} \setminus \left\{-\frac{5}{2}\right\}$ .  
Finde  $g : \mathbb{Q} \setminus \{p\} \rightarrow \mathbb{Q}$  mit  $f(g(x)) = x$  für alle  $x \in \mathbb{Q} \setminus \{p\}$  für einen geeigneten Wert  $p \in \mathbb{Q}$ .
- 4\*. Seien  $a, b \in \mathbb{Q}$  mit  $a, b > 1$ . Man ordne die fünf Zahlen

$$\frac{a}{b-1}, \quad \frac{a}{b+1}, \quad \frac{2a}{2b+1}, \quad \frac{2a}{2b-1}, \quad \frac{3a}{3b+1}$$

der Größe nach und begründe diese Anordnung.

Abgabe der Übungen bis Mittwoch, 31.10.2012, 8:15 Uhr im Schrein (1. Stock des Mathematischen Seminars). Die Abgabe kann allein oder in Gruppen zu zweit erfolgen. Bitte vermerken Sie *deutlich lesbar* Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.

1-Fach-BA-Studierende sollen alle 4 Aufgaben bearbeiten, 2-Fach-BA-Studierende sollen die Aufgaben 1-3 bearbeiten; sie *dürfen* aber selbstverständlich auch die Aufgabe 4 (mit \*) bearbeiten.