

Übungen zur Analysis II Blatt 4

15. Man berechne den Wert der Integrale

$$\int_0^1 x^3 \sqrt{1-x^2} dx \quad , \quad \int_0^{1/2} \arcsin(x) dx.$$

unter Benutzung partieller Integration oder der Substitutionsformel.

16. Sei $n \in \mathbb{N}_0$ und $I_n := \int_0^{\pi/2} (\sin x)^n dx$. Leite eine Rekursionsformel des Typs $I_n = c_n I_{n-2}$ (für $n \geq 2$) her. Berechne damit I_5 und I_6 .

Tipp: Partielle Integration.

Man überlege sich, dass $I_{n+1} \leq I_n \leq I_{n-1}$ gilt. Was kann man daraus für gerade $n \in \mathbb{N}$ und $n \rightarrow \infty$ schließen, wenn man I_n/I_{n-1} untersucht?

17. Berechne das Integral

$$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{5 - 4 \sin x + 3 \cos x}.$$

18.* Sei $I = [a, b]$ mit $a, b \in \mathbb{R}, a < b$ und seien $f, g : I \rightarrow \mathbb{R}$ integrierbar.

Zeige mit dem Riemannschemen Integrabilitätskriterium, dass $f \cdot g : I \rightarrow \mathbb{R}$ integrierbar ist.

Abgabe der Übungen bis **Donnerstag, 02.05.2013, 10:00 Uhr** im Schrein.

2-Fach-BA-Studierende *müssen* Aufgabe 18* nicht bearbeiten.