Übungen zur Analysis II
Blatt 11

43. Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = (2x^2 + y^2)e^{-x^2-2y^2}; \qquad x, y \in \mathbb{R}.$$

Man finde die kritischen Punkte und Extrema von f. Dazu berechne man die Hesse-Matrix in den kritischen Punkten von f.

44. Seien $(x_i, y_i) \in \mathbb{R}^2$ für $i = 1, \cdots, n$ gegebene Messwerte, $n > 2$. Zumindest zwei Werte x_i seien verschieden. Falls die Punkte näherungsweise auf einer Geraden $y = ax + b$ liegen, ist es sinnvoll, die *Ausgleichsgerade* als Beziehung zwischen x und y anzunehmen. Dabei werden $a, b \in \mathbb{R}$ so bestimmt, dass die Summe der Fehlerquadrate minimiert wird.

Aufgabe: Finde $a_0, b_0 \in \mathbb{R}$, so dass $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} := \sum_{i=1}^{n} (ax_i + b - y_i)^2$$

in $\begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix}$ minimal ist. Berechne die Hesse-Matrix von f und zeige, dass sie in $\begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix}$ positiv definit ist.

Abgabe der Übungen bis Freitag, 21.06.2013, 10:15 Uhr im Schrein.