

## Blatt 9

**Aufgabe 33**

Sei  $z \in \mathbb{C}$  mit  $|z| < 1$ . Benutze das Cauchy-Produkt von Reihen, um das Quadrat  $\left(\sum_{n=0}^{\infty} z^n\right)^2$  als Reihe zu schreiben. Bestimme den Wert der entstehenden Reihe. Für welche  $z \in \mathbb{C}$  konvergiert die so entstandene Reihe?

**Aufgabe 34**

Sei  $s \in \mathbb{R}$ ,  $s > 1$ . Zeige, dass die Doppelreihe

$$\sum_{(m,n) \in \mathbb{N}^2} \frac{1}{(m^2 + n^2)^s}$$

absolut konvergent ist. Was passiert für  $s = 1$ ?

**Aufgabe 35**

Bestimme die folgenden Grenzwerte, sofern sie existieren

i)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x - 1}, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2}}{x}$

ii)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \sqrt{\frac{4}{x^2} - \frac{2}{|x|}} - 1 - \frac{2}{|x|} \right)$  (L)

**Aufgabe 36**

Sei  $a \in \mathbb{C}$  fest gegeben. Bestimme alle  $z \in \mathbb{C}$ , die die Gleichung

$$\left| \frac{z - a}{1 - \bar{a}z} \right| = 1$$

erfüllen. Welche geometrische Figur in der komplexen Zahlenebene stellt die Lösungsmenge dar?