

Blatt 2

Aufgabe 5

i) Man zeige durch Aufstellen der Wahrheitstafel, dass für drei Aussagen A, B, C die Aussage $A \vee (B \wedge C)$ genau dann wahr ist, wenn $(A \vee B) \wedge (A \vee C)$ wahr ist.

ii) Zeige ferner, dass für Aussagen A, B, C gilt (d.h. wahr ist)

$$((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow (A \Rightarrow C) \quad (\text{L})$$

Aufgabe 6

Seien X, Y, Z nicht-leere Mengen und $f : X \rightarrow Y$ und $g : Y \rightarrow Z$ Funktionen. Man zeige:

$$\begin{aligned} g \circ f \text{ injektiv} &\Rightarrow f \text{ injektiv} \\ g \circ f \text{ surjektiv} &\Rightarrow g \text{ surjektiv.} \end{aligned}$$

Zeige ferner:

$$\begin{aligned} g \text{ ist surjektiv} &\Leftrightarrow \exists h : Z \rightarrow Y \quad g \circ h = id_Z, \\ f \text{ ist injektiv} &\Leftrightarrow \exists h : Y \rightarrow X \quad h \circ f = id_X. \end{aligned}$$

Aufgabe 7

Seien $f, g : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ definiert durch $f(x) := 2 - x$, $g(x) := x^2$.

Berechne $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ g \circ g$, $g \circ f \circ g$, $g \circ g \circ f$ sowie $(f \circ g)(1)$ und $(g \circ f)(1)$.

Aufgabe 8

Seien a und b reelle Zahlen, beide größer als 1. Man ordne die folgenden Zahlen der Größe nach (mit Begründung):

$$\frac{a}{b-1}, \frac{a}{b+1}, \frac{2a}{2b+1}, \frac{2a}{2b-1}, \frac{3a}{3b+1}.$$