

Blatt 1

Aufgabe 1

Ein neuer unterirdischer Wasserbehälter kann durch ein Rohr in 6 Stunden und durch ein anderes Rohr in 8 Stunden gefüllt werden. Nach einigen Jahren wird bemerkt, dass die Füllung des Behälters mit beiden Rohren $3\frac{1}{2}$ Stunden dauert. Hat der Behälter ein Leck? Wenn ja, wieviel Wasser entweicht jede Stunde, wenn der Behälter 12000 l fasst?

Aufgabe 2

Seien M und N Mengen, $A, B \subset M$ und $f : M \rightarrow N$ eine Funktion.

Zeige:

- i) $A \subseteq f^{-1}(f(A))$, $f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
- ii) Gebe Beispiele, dass in beiden Fällen i.a. die Gleichheit nicht gilt.
- iii) Gebe eine hinreichende Bedingung an f an, dass die Gleichheiten gelten.

Aufgabe 3

Sei $f : \mathbb{Q} \setminus \{-5/2\} \rightarrow \mathbb{Q}$ gegeben durch $f(x) = \frac{3x}{2x+5}$, $x \in \mathbb{Q} \setminus \{-5/2\}$.

Finde $g : \mathbb{Q} \setminus \{p\} \rightarrow \mathbb{Q}$ mit $f(g(x)) = x$ für alle $x \in \mathbb{Q} - \{p\}$, für ein geeignetes $p \in \mathbb{Q}$.

Aufgabe 4

- i) Sei X eine Menge und sei $\{M \mid M \in \mathcal{A}\}$ ein System von Teilmengen M von X , indiziert durch eine Menge \mathcal{A} . Zeige:

$$X \setminus \bigcup_{M \in \mathcal{A}} M = \bigcap_{M \in \mathcal{A}} (X \setminus M)$$

- ii) Zeige ferner für drei Mengen M_1, M_2, M_3 , dass gilt:

$$M_1 \cup (M_2 \cap M_3) = (M_1 \cup M_2) \cap (M_1 \cup M_3) \quad (L)$$

Abgabe der Übungen bis Mittwoch, 5.11.2008, 8:00 Uhr im Schrein (1.Stock des Mathematischen Seminars). Bitte geben Sie Ihre Matrikelnummer an und auch ggf. Ihre e-mail Adresse (nur auf dem 1. Übungsblatt).

Die Abgabe kann allein oder in Gruppen zu zweit erfolgen. 2-Fach BA-Studierende müssen die mit (L) gekennzeichneten Teilaufgaben nicht bearbeiten (dürfen das aber selbstverständlich auch).