

Übungen zu Analysis II

Blatt 3

1. Bestimmen Sie die Werte folgender Integrale:

$$(a) \int_0^1 e^x(x^2 - x - 1) dx \qquad (b) \int_1^x \sqrt{t^2 - 1} dt, \quad x \geq 1$$

$$(c) \int_{-1}^0 \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - 3x + 2} dx \qquad (d) \int_{-1}^2 \sqrt{-x^2 + x + 3} dx$$

$$(e) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2 + \sin \varphi} d\varphi \quad (\text{Hinweis: Substituiere } t = \tan(\varphi/2))$$

2. Bestimmen Sie folgende unbestimmte Integrale:

$$(a) \int \frac{1}{(1+x^2)^2} dx \qquad (b) \int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^6}} dx \text{ auf } \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$$

$$(c) \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \frac{1}{\arcsin x} dx \text{ auf }]-1, 0[\cup]0, 1[\qquad (d) \int \frac{\sin(2x)}{3 + \sin^2(x)} dx$$

3. Seien $\lambda \in \mathbb{C}$ und $k \in \mathbb{Z}$ mit $k \neq 0$. Zeigen Sie: $\frac{d}{dx}(x - \lambda)^k = k(x - \lambda)^{k-1}$.

Warnung: Die Substitution $y = x - \lambda$ ist unzulässig, falls $\lambda \notin \mathbb{R}$.

4. Zeigen Sie, daß jede monotone Funktion $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ integrierbar ist.

Abgabe der Lösungen: Fr, 28.4.2006, 10.00 im Schrein