Lineare Algebra I

WS 2011/12 **Übungen** **Serie 2**

1. Sei M eine Menge, und sei $A(x)$ eine Aussageform über M. Man formalisiere die Aussage: Es gibt höchstens zwei Elemente $x \in M$, für die $A(x)$ gilt.

2. Sei M eine Menge, und seien $A(x), B(x)$ Aussageformen über M. Es gelte:

   (a) Für alle $x \in M$ gilt: $A(x) \Rightarrow B(x)$.

   (b) Es gibt ein $x \in M$ mit der Eigenschaft $A(x)$.

   (c) Es gibt höchstens ein $x \in M$ mit der Eigenschaft $B(x)$.

Man zeige, daß daraus folgt: Für alle $x \in M$ gilt: $B(x) \Rightarrow A(x)$.

3. Sei M eine Menge, und sei $A(x)$ eine Aussageform über M. Ferner sei L eine Teilmenge von M. Man zeige, daß die Aussage

$$\forall x \in L: \ A(x)$$

logisch gleichwertig ist zu

$$\forall x \in M: \ x \in L \Rightarrow A(x).$$

4. Seien x, y, x', y' irgendwelche mathematischen Objekte. Man verifiziere:

$$\{x,y\} = \{x',y'\} \iff \big((x = x' \wedge y = y') \vee (x = y' \wedge y = x')\big).$$

5. Für die in abkürzender Schreibweise definierte Menge

$$M := \{n^2 - m^3 + 5;\ n \in \mathbb{N}_0,\ m \in \mathbb{N},\ m \leq 5\}$$

gebe man eine Definitionsformulierung an, die das Schema der Aussonderungsregel korrekt umsetzt.

6. Wir setzen: $M := \{x^2+1;\ x \in \mathbb{Q}\}$ und $A := \{a \in \mathbb{Q};\ \exists z \in M: a - z \in M\}$.
   Welche der Zahlen $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$ liegen in A?