Lineare Algebra II

SS 2012 **Übungen** **Serie 5**

1. Man zeige: Jede 3-elementige Teilmenge von $\{(1,x,x^2);\ x \in K\}$ ist eine Basis von K^3.

2. Unter den Voraussetzungen von Satz 3.56 sei Z ein Teilraum von V mit den Eigenschaften: $Y \subset Z$, und $U+Z=V$. Man beweise, daß dann ein zu U komplementärer Teilraum X von V existiert mit der Eigenschaft: $Y \subset X \subset Z$.

3. Sei $T \in \mathrm{End}_K(V)\setminus\{0\}$. Man zeige, daß T genau dann ein Nullteiler des Ringes $(\mathrm{End}_K(V),+,\circ)$ ist, wenn T keine Permutation von V ist.

4. (Pflichtaufgabe) Seien $m,n \in \mathbb{N}$. Man zeige:
   (i) $\dim K^{m\times n} = mn$. (ii) $\dim V = n \wedge \dim W = m \Rightarrow \dim \mathrm{Hom}_K(V,W) = mn$.

5. Seien X,Y,Z Teilräume von V. Man zeige:

$$\dim(X+Y+Z) + \dim(X\cap Y) + \dim(X\cap Z) + \dim(Y\cap Z) \leq$$
$$\leq \dim(X) + \dim(Y) + \dim(Z) + \dim(X\cap Y\cap Z).$$

Steht hier immer das Gleichheitszeichen?