Lineare Algebra II

SS 2012 **Übungen** **Serie 3**

1. Man löse das folgende lineare Gleichungssystem über $\mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - 4x_3 + x_4 - 3x_5 &= 2 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 &= 5 \\ -x_1 + 4x_2 - 18x_3 + 7x_4 - 11x_5 &= -4 \\ 8x_1 + 7x_2 + x_3 - 4x_4 - 6x_5 &= 19\,. \end{aligned}$$

2. Sei K ein Körper und L ein Teilkörper von K. Ferner seien $a \in L^{m\times n}$ und $y \in L^m$. Man zeige: Das lineare Gleichungssystem mit Koeffizienten-Matrix a und Inhomogenität y ist genau dann in L^n lösbar, wenn es in K^n lösbar ist.

3. K sei ein Teilkörper von $\mathbb{C}$. Seien $a,b,c \in K$. Man bestimme die Lösungen in K^3 des linearen Gleichungssystems mit Koeffizienten-Matrix $\begin{pmatrix} 4bc & ac & -2ab \\ 5bc & 3ac & -4ab \\ 3bc & 2ac & -ab \end{pmatrix}$ und Inhomogenität $(0,-abc,4abc)$.

4. Seien U, X Teilräume eines K-Vektorraumes V. Man zeige: $U \cap W$ und

$$U+X := \{u+x;\ u \in U,\ x \in X\}$$

sind Teilräume von V, und durch $(u,x) \mapsto u+x$ wird eine lineare Abbildung σ von $U\times X$ auf $U+X$ definiert. Man bestimme den Kern von σ und verifiziere die Aussagen (i) - (iii) von Lemma 3.3 der Vorlesung.

5. Man beweise die Aussagen von Beispiel 3.10 der Vorlesung.