Übungen zu

SS 2003 **Lineare Algebra II** **Serie 5**

1. Sei V ein n-dimensionaler K-Vektorraum und φ ein Endomorphismus von V. Sei $\mathfrak{X} := (v_1, \dots, v_n)$ eine geordnete Basis von V.

(a) Sei $k \in \mathbb{N}$ derart, daß $(v_1, \dots, v_k)$ eine Basis von Kern φ ist. Wie sieht dann die Matrix $M_{\mathfrak{X}}(\varphi)$ aus?

(b) Sei $\ell \in \mathbb{N}$ derart, daß $(v_1, \dots, v_\ell)$ eine Basis von Bild φ ist. Wie sieht dann die Matrix $M_{\mathfrak{X}}(\varphi)$ aus?

(c) Mit Hilfe von (a) und (b) finde man eine möglichst einfache Matrizen-Darstellung von φ, wenn $\varphi^2 = 0$ ist.

2. Man gebe (durch Wahl einer geeigneten Basis) eine möglichst einfache Matrizen-Darstellung für Projektionen eines endlich-dimensionalen Vektorraumes an.

3. Man beweise die Invarianz der Determinante, Spur und des Ranges unter der Relation der Ähnlichkeit von Matrizen (siehe Satz 7.5 der Vorlesung).

4. Man gebe zwei Matrizen aus $\mathbb{R}^{3\times 3}$ an, die keine Streckungsmatrizen sind, dieselbe Determinante, dieselbe Spur und denselben Rang haben und nicht zueinander ähnlich sind.