

Übungen zu

SS 2003

Lineare Algebra II

Serie 2

1. Im Potenzmengen-Raum $\mathfrak{P}(\mathbb{N}_{\leq 9})$ sei (v_1, \dots, v_9) die in der Vorlesung angegebene Basis. Dort wurde eine Indikatormenge für v_2 berechnet. Man bestimme ebenso eine Indikatormenge für v_1 und für v_5 .

Für die folgenden Aufgaben sei ein $n \in \mathbb{N}_{\geq 2}$ vorgegeben.

2. Man zeige, daß jede Permutation aus S_n ein Produkt von Transpositionen ist.
3. Sei $\pi \in S_n$. Unter einem *Fehlstand* von π versteht man eine Zweiermenge $z = \{i, j\} \subset \mathbb{N}_{\leq n}$ mit der Eigenschaft: $z/\pi := \frac{\pi(i) - \pi(j)}{i - j} < 0$.
 - (a) Man zeige: Ist f die Anzahl der Fehlstände von π , so gilt: $\text{sign}(\pi) = (-1)^f$.
 - (b) Wie viele Permutationen in S_n haben genau einen Fehlstand?
4. Sei (e_1, \dots, e_n) die Standard-Basis von K^n . Sei $\rho \in S_n$. Mit $\bar{\rho}$ sei derjenige Endomorphismus von K^n bezeichnet, für den gilt: $\bar{\rho}(e_j) = e_{\rho(j)}$ für alle $j \in \mathbb{N}_{\leq n}$.

Man zeige:

$$\det(\bar{\rho}) = \text{sign}(\rho).$$