Übungen zu

SS 2003 **Lineare Algebra II** **Serie 10**

1. Sei f ein normiertes Polynom mit ganzzahligen Koeffizienten. Man zeige für jedes $q \in \mathbb{Q}$:

   Ist q eine Nullstelle von f, so ist q aus $\mathbb{Z}$ und q ein Teiler von f(0).

2. Mit Hilfe der Hinweise aus der Vorlesung beweise man den *Zerlegungssatz für Polynome*.

3. Sei $A := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$.

   (a) Man berechne die Eigenwerte von A.

   (b) Man zeige, daß A diagonalisierbar ist.

   (c) Man gebe eine invertierbare Matrix $S \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ an, für die $S^{-1}AS$ eine Diagonalmatrix ist.

4. (a) Man gebe eine Matrix aus $\mathbb{R}^{3\times 3}$ an, die genau zwei Eigenwerte hat und nicht diagonalisierbar ist.

   (b) Man gebe zwei diagonalisierbare Endomorphismen eines Vektorraumes an, deren Summe keinen Eigenwert hat.