1. Man bestimme die Konvergenz-Radien der folgenden Potenz-Reihen:

(i) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^n}{n!} z^n$; (ii) $\sum_{n=0}^{\infty} \Big(\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{j} \Big) z^n$; (iii) $\sum_{n=0}^{\infty} \binom{2n}{n} z^{3n}$.

2. Für jedes $n \in \mathbb{N}$ sei $\varepsilon_n : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}$ definiert durch $\varepsilon_n(n) := 1$ und $\varepsilon_n|_{\mathbb{N}\setminus\{n\}} :\equiv 0$. Sei $a = (a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge in V. Unter welchen Voraussetzungen an a ist die Folge $(\varepsilon_n a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ im normierten Raum $\mathfrak{B}(\mathbb{N}, V)$ (i) summierbar, (ii) absolut summierbar?

3. (i) Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ ist die durch

$$x \mapsto \begin{cases} 0 , & \text{falls } x = 0 \\ |x|^{\alpha} \cos(1/x) , & \text{falls } x \neq 0 \end{cases},$$

definierte Funktion $f_\alpha : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ im Punkte 0 (a) stetig, (b) differenzierbar?

(ii) Sei h die gemäß (i) definierte Funktion $f_2 : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$. Man zeige: $\frac{h(t)-h(s)}{t-s}$ hat keinen Grenzwert für $(s,t) \to (0,0)$.

4. Für welche $a, b \in \mathbb{R}$ ist die durch

$$x \mapsto \begin{cases} (x+a)^2 , & \text{falls } x \in \mathbb{R}_{<1} \\ bx + 1 , & \text{falls } x \in \mathbb{R}_{\geq 1} \end{cases},$$

definierte Funktion $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ differenzierbar?