SS 2003 | **Übungen zu Analysis II** | Serie 7

1. (i) Man teste die folgenden Folgen auf Summierbarkeit:

   (a) $(n^{2n}e^{-n^2})_{n\in\mathbb{N}}$, (b) $\left(\left(\frac{\log n}{n}\right)^2\right)_{n\in\mathbb{N}}$.

(ii) Ist die Folge $(2(3-4i)^{-n})_{n\in\mathbb{N}}$ (absolut) summierbar? Wenn ja, berechne man den Real- und den Imaginärteil ihrer Summe.

2. Für welche $x\in\mathbb{R}$ sind die folgenden Folgen (absolut) summierbar:

   (i) $(x^n/(1-x^n))_{n\in\mathbb{N}}$; (ii) $((-1)^n(1+\log n)^x)_{n\in\mathbb{N}}$; (iii) $((x+\frac{1}{n})^n)_{n\in\mathbb{N}}$?

3. (i) Sei $(r_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine unbeschränkte Folge in $\mathbb{R}_{>0}$. Man beweise die Existenz einer summierbaren Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ in $\mathbb{R}_{>0}$ so, daß $(r_na_n)_{n\in\mathbb{N}}$ nicht summierbar ist.

(ii) Sei $(\varepsilon_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Nullfolge in $\mathbb{R}_{>0}$. Man beweise die Existenz einer nicht-summierbaren Folge $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ in $\mathbb{R}_{>0}$ derart, daß $(\varepsilon_nb_n)_{n\in\mathbb{N}}$ summierbar ist.

4. Sei V ein Banach-Raum, und sei $a\in V^{\mathbb{N}}$. Unter jeder der folgenden Voraussetzungen bestimme man den Konvergenz-Radius von a:

   (i) a ist beschränkt und nicht-summierbar;

   (ii) a ist summierbar, aber nicht absolut summierbar.