

## Übungen zu

SS 2003

Analysis II

Serie 1

1. Man berechne: (i)  $\exp(\frac{1}{3}\pi i)$ , (ii)  $\exp(\frac{2}{3}\pi i)$ , (iii)  $\exp(\frac{1}{6}\pi i)$ .

2. Sei  $n \in \mathbb{N}_{\geq 2}$ . Für jedes  $k \in \mathbb{N}_{\leq n}$  setze man  $z_k := \exp(2\pi i \frac{k}{n})$ .

(i) Man berechne:  $\sum_{k=1}^n z_k$ ,  $\prod_{k=1}^n z_k$ .

(ii) Für beliebige  $z \in \mathbb{C}$  und  $r \in \mathbb{R}_{>0}$  verifiziere man die Gleichung

$$\sum_{k=1}^n |z - rz_k|^2 = n(|z|^2 + r^2).$$

(iii) Mit Hilfe von § G.9.15 - 9.17 zeige man:  $\prod_{k=1}^n (z - z_k) = z^n - 1$  für alle  $z \in \mathbb{C}$ .

(iv) Man berechne:  $\prod_{k=1}^{n-1} (1 + z_k)$ .

3. Zu jedem  $n \in \mathbb{N}$  gebe man eine Polynom-Funktion  $P_n$  an mit der Eigenschaft:

$$\cos(nx) = P_n(\cos x) \quad \text{für alle } x \in \mathbb{R}.$$

4. Für die komplexe Cosinus-Funktion  $\cos$  bestimme man die Menge  $\cos^{-1}(\mathbb{R})$ .